תורת הקבוצות, תרגיל 2

1. ברצוננו להגדיר "שלושה סדורה" $\langle x_1, x_2, x_3 \rangle$ בדומה להגדרת הזוג הסדור.
   א. מה תהיה "תכונת השלושה הסדורה"?
   ב. מצא הגדרה ל"שלושה סדורה" שתקיים את התכונה. מותר (אך לא חובה) להשתמש בהגדרת הזוג הסדור.
   ג. כיצד ניתן להכליל את ההגדרה ל n-יה סדורה, כלומר $\langle x_1, x_2, ..., x_n \rangle$?

2. יהיו R, S יחסים. נגדיר את היחסים $R \cup S, R \cap S$ בצורה הבאה:
   $x(R \cup S)y$ אם ורק אם xRy או xSy,
   $x(R \cap S)y$ אם ורק אם xRy וגם xSy.
   א. נניח ש- R, S הם יחסי שקילות. האם $R \cup S$ בהכרח יחס שקילות?
   ב. נניח ש- R, S הם יחסי שקילות. האם $R \cap S$ בהכרח יחס שקילות?
   ג. נניח ש- $R \cup S$ הוא יחסי שקילות. האם R בהכרח יחס שקילות?
   ד. נניח ש- $R \cap S$ הוא יחסי שקילות. האם R בהכרח יחס שקילות?
   ה. נניח ש- $R \cup S, R \cap S$ הם יחסי שקילות. האם R בהכרח יחס שקילות?

3. עבור היחסים הבאים, קבע אילו מהם יחסי שקילות. מצא את מחלקות השקילות.
   א. עבור $x, y \in C$, xRy אם ורק אם $|x/y| = 1$.
   ב. עבור $x, y \in Z, n_0 \in N$, xRy אם ורק אם $n_0|(x - y)$.
   ג. עבור $x, y \in R$, xRy אם ורק אם $|x - y| < 1$.
   ד. עבור x, y קבוצות, xRy אם ורק אם $x \cap y \neq \emptyset$.

4. תהיינה A, B קבוצות ותהי F העתקה מ- A ל- B. נגדיר יחס R על איברי A בצורה הבאה: xRy אם ורק אם $F(x) = F(y)$. הוכח, שיחס זה הוא יחס שקילות. מה הן מחלקות השקילות?

5. תהיינה $f : X \to Y, g : Y \to Z$ פונקציות. הוכח או הפרך את הטענות הבאות:
   א. אם f, g חח"ע אז גם $g \cdot f$ חח"ע.
   ב. אם $g \cdot f$ על אז גם f על.
   ג. אם $g \cdot f$ על אז גם g על.

תאריך ההגשה: 3.11.2004